

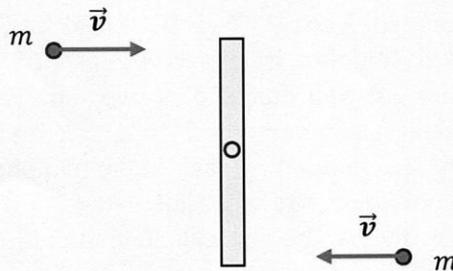
**Dottorato di Ricerca in Fisica dell'Università degli Studi di Catania**

**Prova scritta del concorso di ammissione al ciclo XL**

**Compito 1 (Test 1)**

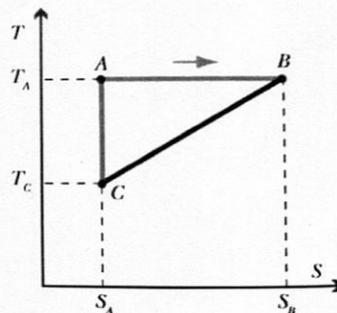
1. **(Italiano):** Una sbarra omogenea rigida di lunghezza  $l = 2 m$  e massa  $M = 3 kg$  giace ferma su un piano orizzontale privo di attrito. La sbarra è vincolata al piano da un perno verticale posto nel suo centro di massa. Due sfere uguali di dimensioni trascurabili, di massa  $m = 0.2 kg$ , entrambe con velocità perpendicolare alla sbarra, di modulo  $v = 0.5 m/s$  ma di verso opposto, urtano simultaneamente la sbarra agli estremi e vi rimangono attaccate. Determinare la velocità angolare del sistema dopo l'urto. (Momento di inerzia della sbarra  $I_S = \frac{1}{12} Ml^2$ ).

**(English):** A rigid homogeneous bar of length  $l = 2 m$  and mass  $M = 3 kg$  lies at rest on a frictionless horizontal plane. The bar is constrained to the plane by a vertical pin placed in its center of mass. Two equal spheres of negligible size, of mass  $m = 0.2 kg$ , both with velocity perpendicular to the bar, of modulus  $v = 0.5 m/s$  but in opposite directions, simultaneously hit the bar at the ends and remain attached to it. Determine the angular velocity of the system after the collision. (Moment of inertia of the bar  $I_S = \frac{1}{12} Ml^2$ ).



2. **(Italiano):** Una quantità di gas ideale esegue il ciclo reversibile  $ABC$  mostrato in figura nel piano  $(T, S)$ . Sapendo che  $T_A = T_B = 2T_C$ , calcolare il rendimento  $\eta$  del ciclo  $ABC$ .

**(English):** A given amount of ideal gas follows the reversible cyclic process  $ABC$  shown in the picture on the  $(T, S)$  plane. By assuming  $T_A = T_B = 2T_C$ , evaluate the efficiency  $\eta$  of the cyclic process  $ABC$ .



*Handwritten signature*

*Handwritten signatures: Antonino Francesco Capuzzello, Marco Puglisi, and another signature.*

3. **(Italiano):** Una corrente elettrica di intensità  $i = 25 A$  passa attraverso un filo di rame (diametro  $D = 2.5 mm$ , resistività  $\rho = 1.68 * 10^{-8} \Omega * m$ ). Calcolare a) il campo elettrico alla superficie del filo; b) il campo magnetico alla superficie del filo.  
**(English):** An electric current of intensity of  $i = 25 A$  passes through a copper wire (diameter  $D = 2.5 mm$ , resistivity  $\rho = 1.68 * 10^{-8} \Omega * m$ ). Calculate a) the electric field at the surface of the wire; b) the magnetic field at the surface of the wire.
4. **(Italiano):** Si consideri un sistema quantistico con Hamiltoniano  $\hat{H}$ . Siano  $|\psi_1\rangle$  e  $|\psi_2\rangle$  due autostati ortonormali di  $\hat{H}$ , con autovalori  $E_1 = 1 MeV$  ed  $E_2 = 1.5 MeV$ , rispettivamente. Al tempo  $t = 0$  il sistema si trova nello stato  $|\psi\rangle = c_1|\psi_1\rangle + ic_1|\psi_2\rangle$  con  $c_1 = \sqrt{\frac{1}{2}}$ . Calcolare il valore di aspettazione di  $\hat{H}$  nello stato  $|\psi(t)\rangle$  al tempo  $t > 0$ .  
**(English):** Consider a quantum system with Hamiltonian  $\hat{H}$ . Let  $|\psi_1\rangle$  e  $|\psi_2\rangle$  be two orthonormalized eigenstates of  $\hat{H}$ , with eigenvalues  $E_1 = 1 MeV$  ed  $E_2 = 1.5 MeV$ , respectively. At time  $t = 0$  the system is in the state  $|\psi\rangle = c_1|\psi_1\rangle + ic_1|\psi_2\rangle$  with  $c_1 = \sqrt{\frac{1}{2}}$ . Compute the expectation value of  $\hat{H}$  in the state  $|\psi(t)\rangle$  at the time  $t > 0$ .
5. **(Italiano):** Due corpi celesti sono ben modellizzati come due corpi neri sferici di raggi  $R_1 = 10 km$  e  $R_2 = 6.96 * 10^5 km$  alle temperature  $T_1 = 10^6 K$  e  $T_2 = 6 * 10^3 K$  rispettivamente. Sia  $\varepsilon(T)$  la potenza per unità di area emessa da ognuno dei due corpi alla superficie, dove  $T$  è la loro temperatura (espressa in gradi Kelvin). Calcolare  $\varepsilon(T_1)/\varepsilon(T_2)$ . Sia inoltre  $P(T)$  la potenza emessa da ognuno dei due corpi: calcolare il rapporto  $P(T_1)/P(T_2)$ .  
**(English):** Two celestial bodies are well modeled as two spherical black bodies of radii  $R_1 = 10 km$  and  $R_2 = 6.96 * 10^5 km$  at temperatures  $T_1 = 10^6 K$  and  $T_2 = 6 * 10^3 K$  respectively. Let  $\varepsilon(T)$  be the power per unit area emitted by each of the two bodies at the surface, where  $T$  is their temperature (expressed in degrees Kelvin). Calculate  $\varepsilon(T_1)/\varepsilon(T_2)$ . Furthermore, let  $P(T)$  be the power emitted by each of the two bodies: calculate the ratio  $P(T_1)/P(T_2)$ .

# Dottorato di Ricerca in Fisica dell'Università degli Studi di Catania

## Prova scritta del concorso di ammissione al ciclo XL

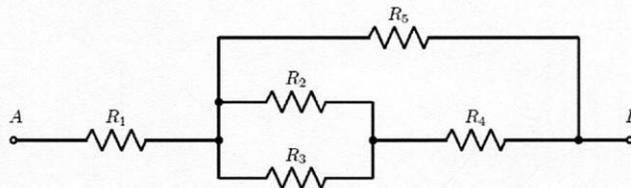
### Compito 2 (Test 2)

- (Italiano):** Un'astronave si trova ai confini di una galassia a distanza  $d = 7.57 \cdot 10^{20} \text{ m}$  dal centro galattico. Che velocità minima deve acquisire per sfuggire all'attrazione gravitazionale della galassia che ha una massa  $M = 2.79 \cdot 10^{41} \text{ kg}$ , supponendo che la massa della galassia abbia una distribuzione sferica uniforme? (costante di gravitazione universale  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ )

**(English):** A spacecraft is located at the edge of a galaxy at a distance  $d = 7.57 \cdot 10^{20} \text{ m}$  from the galactic centre. What is the minimum velocity required to escape the gravitational attraction of the galaxy having a mass  $M = 2.79 \cdot 10^{41} \text{ kg}$ , in the hypothesis that the mass of the galaxy has an uniform spherical distribution? (gravitational constant  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ )
- (Italiano):** Due corpi solidi isolati, di capacità termica  $C_1 = C_2 = C$ , sono posti inizialmente alla temperatura  $T_1$  e  $T_2 > T_1$ . Ad un certo istante i due corpi vengono messi in contatto fra loro, restando comunque isolati dall'ambiente esterno. Si calcoli la variazione di entropia del sistema. Si dimostri inoltre che la trasformazione che il sistema dei due corpi ha subito è irreversibile.

**(English):** Two isolated solid bodies, with thermal capacity  $C_1 = C_2 = C$ , are initially placed at temperatures  $T_1$  e  $T_2 > T_1$ . At a certain moment the two bodies are brought into contact with each other, while remaining isolated from the external environment. Calculate the change in entropy of the system. Furthermore, show that the transformation that the system of two bodies has undergone is irreversible.
- (Italiano):** Determinare la resistenza equivalente vista tra i terminali A e B nello schema in figura, sapendo che  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 4 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 6 \text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = 7.6 \text{ k}\Omega$  e  $R_5 = 10 \text{ k}\Omega$ . Calcolare successivamente la corrente che scorre su  $R_1$  se  $V_{AB} = 12 \text{ V}$  indicandone il verso.

**(English):** Determine the equivalent resistance seen between the terminals A and B in the diagram in the figure, knowing that  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 4 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 6 \text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = 7.6 \text{ k}\Omega$  and  $R_5 = 10 \text{ k}\Omega$ . Subsequently, calculate the current flowing on  $R_1$  if  $V_{AB} = 12 \text{ V}$  indicating its direction.



- (Italiano):** Un laser di potenza  $W = 100 \text{ W}$ , con un fascio del diametro  $D = 2 \text{ mm}$ , viene utilizzato per far fluttuare in aria un cilindretto di metallo perfettamente riflettente per mezzo

Gom

Marco Pupp

Antonio Francesco Capuzzello  
P. S.

della pressione di radiazione. Il cilindretto ha diametro identico a quello del fascio, e densità  $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$  (alluminio). Quale deve essere l'altezza  $h$  del cilindro affinché si mantenga l'equilibrio tra la forza di radiazione e quella di gravità? (Si considerino i fotoni emessi dal laser come perfettamente perpendicolari alla superficie).

**(English):** A laser of  $W = 100 \text{ W}$  power, with a beam diameter of  $D = 2 \text{ mm}$ , is used to make a perfectly reflecting metal cylinder float in the air by means of radiation pressure. The cylinder has a diameter identical to that of the beam and density  $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$  (aluminum). What should be the height  $h$  of the cylinder in order to maintain the balance between the radiation force and the gravitational force? (Consider the photons emitted by the laser as perfectly perpendicular to the surface).

5. **(Italiano):** Si determinino la frequenza e la lunghezza d'onda di un fotone che deve essere assorbito dall'elettrone in un atomo di idrogeno affinché questo, dallo stato fondamentale, si ecciti ad uno stato con  $n = 3$ , dove  $n$  denota il numero quantico principale. Trascurare gli effetti relativistici e assumere che l'interazione dell'elettrone col nucleo sia solo data dal termine di attrazione coulombiana. Si consideri  $1 \text{ Ry} = 13.6 \text{ eV}$  (1 Rydberg),  $c = 3 * 10^8 \text{ m/s}$  (velocità della luce nel vuoto),  $h = 6.6 * 10^{-16} \text{ eV} * \text{s}$  (costante di Planck).

**(English):** Compute the frequency and the wavelength of a photon that has to be absorbed by the electron of a hydrogen atom so that this, from the ground state, gets excited to a state with  $n = 3$ , where  $n$  stands for the principal quantum number. Neglect all the relativistic effects and assume that the interaction of the electron with the nucleus is just the Coulomb one. Consider that  $1 \text{ Ry} = 13.6 \text{ eV}$  (1 Rydberg),  $c = 3 * 10^8 \text{ m/s}$  (velocity of light in vacuum),  $h = 6.6 * 10^{-16} \text{ eV} * \text{s}$  (Planck constant).

# Dottorato di Ricerca in Fisica dell'Università degli Studi di Catania

## Prova scritta del concorso di ammissione al ciclo XL

### Compito 3 (Test 3)

- 1) **(Italiano):** Un filo di acciaio di sezione circolare di raggio  $R = 1 \text{ mm}$  e lunghezza iniziale  $l_0 = 2 \text{ m}$ , è appeso ad una estremità al soffitto ed è sottoposto ad uno sforzo di trazione mediante un corpo di massa  $m = 10 \text{ kg}$  appeso all'altra estremità. Si calcoli a) l'allungamento subito dal filo assumendo di essere in condizioni elastiche e che il modulo di Young per l'acciaio vale  $E = 2.1 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ . Successivamente il filo, tenuto sempre in trazione, viene sottoposto ad una variazione di temperatura secondo la legge  $T(t) = T_0 - \Delta T_{\text{max}} \sin(\omega t + \varphi_0)$ , dove  $T_0$  rappresenta la temperatura iniziale del filo,  $\Delta T_{\text{max}} = 10^\circ\text{C}$  è l'escursione termica massima ed il periodo dell'oscillazione termica è di 24 ore. Si calcoli b) dopo quanto tempo il filo torna alla lunghezza  $l_0$  assumendo che il coefficiente di dilatazione termica lineare dell'acciaio è  $\lambda = 1.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ .
- (English):** A steel wire with a circular section with radius  $R = 1 \text{ mm}$  and initial length  $l_0 = 2 \text{ m}$ , is hung at one end from the ceiling and is subjected to a tensile stress by a body of mass  $m = 10 \text{ kg}$  hanging from the other end. Calculate a) the elongation undergone by the wire assuming that it is in elastic conditions and that the Young's modulus for the steel is  $E = 2.1 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ . Subsequently the wire, always kept in tension, is subjected to a temperature variation according to the law  $T(t) = T_0 - \Delta T_{\text{max}} \sin(\omega t + \varphi_0)$ , where  $T_0$  represents the initial temperature of the wire,  $\Delta T_{\text{max}} = 10^\circ\text{C}$  is the maximum temperature range and the period of temperature oscillation is 24 hours. Calculate b) how long after the wire returns to length  $l_0$  assuming that the coefficient of linear thermal expansion of the steel is  $\lambda = 1.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$ .
- 2) **(Italiano):** Un'automobile che viaggia ad una velocità  $v = 18 \text{ m/s}$  suona il clacson, che emette un suono di frequenza  $f = 550 \text{ Hz}$ . Sulla stessa strada si trovano un pedone, fermo, ed un ciclista, che percorre la strada nella stessa direzione dell'automobile ma in verso opposto, ad una velocità  $u = 7.2 \text{ m/s}$ , avvicinandosi all'automobile. Trovare la frequenza  $f'$  udita dal ciclista e quella  $f''$  udita dal pedone. (Si utilizzi come velocità del suono il valore  $v_s = 343 \text{ m/s}$ ).
- (English):** A car traveling at a velocity  $v = 18 \text{ m/s}$  honks, emitting a sound with a frequency of  $f = 550 \text{ Hz}$ . On the same road there is a pedestrian, at rest, and a cyclist, who travels along the road in the opposite direction of the car at a speed of  $u = 7.2 \text{ m/s}$ , approaching the car. Find the frequency  $f'$  heard by the cyclist and that  $f''$  heard by the pedestrian. (Use the value of  $v_s = 343 \text{ m/s}$  as the speed of sound).
- 3) **(Italiano):** Calcolare la costante di tempo del circuito riportato nella figura seguente, supponendo che  $R = 10 \text{ k}\Omega$  e  $C = 220 \text{ nF}$ .
- (English):** Calculate the time constant of the circuit shown in the following figure, assuming that  $R = 10 \text{ k}\Omega$  and  $C = 220 \text{ nF}$ .

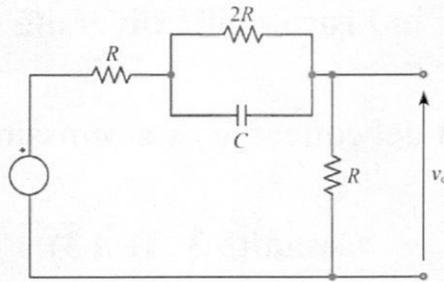
am

Marco Pappi

Antonio

Flavio

Luca



- 4) **(Italiano):** Si consideri un oscillatore armonico quantistico unidimensionale nello stato  $|\psi\rangle = c_1|\psi_0\rangle + ic_1|\psi_1\rangle$  con  $c_1 = \sqrt{\frac{1}{2}}$ , dove  $|\psi_0\rangle$  rappresenta lo stato fondamentale e  $|\psi_1\rangle$  il primo stato eccitato. Calcolare  $\langle x^2 \rangle \langle p^2 \rangle$  nello stato  $|\psi\rangle$ . Si consideri che  $x = (\hbar/2m\omega)^{1/2}(a + a^+)$ ,  $p = -i(m\hbar\omega/2)^{1/2}(a - a^+)$ .  
**(English):** Consider a one-dimensional quantum harmonic oscillator in the state  $|\psi\rangle = c_1|\psi_0\rangle + ic_1|\psi_1\rangle$  with  $c_1 = \sqrt{\frac{1}{2}}$ , where  $|\psi_0\rangle$  represents the ground state and  $|\psi_1\rangle$  the first excited state. Compute  $\langle x^2 \rangle \langle p^2 \rangle$  in the state  $|\psi\rangle$ . Consider that  $x = (\hbar/2m\omega)^{1/2}(a + a^+)$ ,  $p = -i(m\hbar\omega/2)^{1/2}(a - a^+)$ .
- 5) **(Italiano):** Un elettrone libero con energia cinetica  $K_0 = 12 \text{ eV}$  collide con un atomo di idrogeno che si trova nel suo stato fondamentale. La collisione causa la transizione dell'atomo allo stato con  $n = 2$  dove  $n$  denota il numero quantico principale. Calcolare l'energia dell'elettrone dopo la collisione. Si assuma lo spettro del modello di Bohr per l'atomo di idrogeno e che  $1 \text{ Ry} = 13.6 \text{ eV}$  (1 Rydberg).  
**(English):** A free electron with kinetic energy  $K_0 = 12 \text{ eV}$  collides with a hydrogen atom which is in its ground state. The collision causes the atom to transition to the state with  $n = 2$  where  $n$  denotes the principal quantum number. Calculate the energy of the electron after the collision. Assume the Bohr model spectrum for the hydrogen atom and that  $1 \text{ Ry} = 13.6 \text{ eV}$  (1 Rydberg).