

Istituzioni di Fisica Teorica

1 marzo 2023

Svolgere almeno due dei seguenti esercizi. È vietato l'uso di appunti, libri, formulari.

- 1) Dire se è Hermitiano (auto-aggiunto) l'operatore \hat{O} , dato dal prodotto scalare tra operatore posizione \vec{r} e operatore impulso \hat{p}

$$\hat{O} = \vec{r} \cdot \vec{p}.$$

Verificare poi con un calcolo esplicito che \hat{O} commuta con le componenti del momento angolare

$$[\hat{L}_i, \hat{O}] = 0$$

e spiegarne sinteticamente il motivo.

- 2) Un atomo di idrogeno è perturbato da un potenziale aggiuntivo che in coordinate sferiche assume la forma

$$V(\theta, \phi) = -V_0 \cos \theta \cos \phi$$

con $V_0 > 0$ costante reale positiva. Determinare variazionalmente una stima dell'energia utilizzando come stato di prova lo stato $|\Psi\rangle$,

$$|\Psi\rangle = \cos \alpha |2, 1, 0\rangle + \sin \alpha |2, 1, 1\rangle,$$

dove $|n, \ell, m\rangle$ è il generico stato stazionario dell'atomo, e considerando α come parametro variazionale.

- 3) Un oscillatore armonico unidimensionale di frequenza ω_0 è perturbato da un debole potenziale oscillante

$$V(x, t) = a \hat{x} \cos(\omega t)$$

dove a è una costante reale positiva. Stabilire se l'Hamiltoniano totale $\hat{H}(t)$ commuta con se stesso a tempi diversi, calcolando esplicitamente il commutatore

$$[\hat{H}(t_1), \hat{H}(t_2)].$$

Assumendo che al tempo $t = 0$ l'oscillatore si trovi nello stato fondamentale non perturbato $|0\rangle$, determinare perturbativamente la probabilità che al tempo $t > 0$ l'oscillatore sia rivelato nel generico stato eccitato $|n\rangle$. Come si semplifica il risultato nel caso in cui $\omega \approx \omega_0$, a un tempo t molto maggiore del periodo classico $T = 2\pi/\omega_0$?