

Istituzioni di Fisica Teorica

2 Dicembre 2015

Risolvere solo **due** dei seguenti esercizi. la valutazione verrà comunque effettuata al meglio di due esercizi su tre

- 1) Due oscillatori unidimensionali accoppiati sono descritti dall'Hamiltoniana

$$H = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2(x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2)$$

dove p_1, p_2 sono gli impulsi coniugati delle coordinate x_1, x_2 dei due oscillatori. Dimostrare che i due oscillatori sono disaccoppiati nel riferimento del centro di massa. Calcolare esattamente lo spettro ed il valore medio, nello stato fondamentale, del quadrato della distanza $(x_1 - x_2)^2$.

- 2) In un sistema quantistico a due livelli l'Hamiltoniano \hat{H} ha due autostati ortonormali $|\pm\rangle$ con autovalori $\pm \varepsilon$ ed $\varepsilon > 0$

$$\hat{H}|\pm\rangle = \pm \varepsilon |\pm\rangle.$$

L'osservabile \hat{A} è caratterizzata dagli elementi di matrice

$$\langle +|\hat{A}|-\rangle = -i, \quad \langle +|\hat{A}|+\rangle = \langle -|\hat{A}|-\rangle = 0.$$

Se il sistema si trova in uno degli autostati di \hat{H} , quali valori fornisce una misura di \hat{A} e con quali probabilità? Sapendo che al tempo $t = 0$ il sistema si trova nello stato $|\Psi\rangle = |+\rangle + |-\rangle$, calcolare il valore medio di \hat{A} al generico tempo $t > 0$.

- 3) Una particella unidimensionale di massa m è confinata all'interno del segmento $0 < x < a$ e si trova nello stato descritto dalla funzione d'onda $\Psi(x)$, con $\Psi(x) = 0$ all'esterno del segmento e

$$\Psi(x) = x(a - x)$$

all'interno. Calcolare la probabilità che la particella venga rivelata all'interno dell'intervallo $0 < x < a/4$. Determinare i possibili valori di una misura dell'energia nello stato Ψ ed il valore medio dell'energia.