Istituzioni di Fisica Teorica

4 Febbraio 2015

1) Una particella di massa m, vincolata a muoversi lungo l'asse x, proviene dalla regione $x < 0$ con energia $E > 0$ ed incide sul doppio gradino di potenziale

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{per } x < 0 \\ V, & \text{per } 0 < x < a \\ W, & \text{per } x > a \end{cases}$$

con V, W ed a parametri reali positivi e $V \neq W$. Determinare il coefficiente di riflessione e quello di trasmissione, sapendo che l'energia E soddisfa la condizione di risonanza

$$E = V + \frac{h^2}{2ma^2} = \frac{4}{3}W$$

.

2) Una particella di massa m è vincolata a muoversi all'interno di una sfera rigida di raggio R: assumere il potenziale infinito all'esterno e nullo all'interno della sfera. Sapendo che la particella si trova nello stato

$$\Psi(x, y, z) = \left[1 + \frac{x + y + z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right]$$

con $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} < R$, determinare:

a) La probabilità che una misura del momento angolare dia $\ell = 1$ ed $\ell = 2$;

b) La probabilità che una misura dell'energia dia il valore dello stato fondamentale.

3) Un sistema è descritto dall'Hamiltoniana

$$\hat{H} = \frac{\hat{L}^2}{2I} + \frac{\omega}{\sqrt{2}}\left(\hat{L}_x + \hat{L}_y\right).$$

Sapendo che al tempo $t = 0$ il sistema si trova in uno stato in cui i valori medi sono $\langle \hat{L}_z \rangle = \hbar$ e $\langle \hat{L}_x \rangle = \langle \hat{L}_y \rangle = 0$, determinare il valore medio di $\hat{L}_x$, $\hat{L}_y$ e $\hat{L}_z$ al generico tempo t (si consiglia l'uso della rappresentazione di Heisenberg). Facoltativo: determinare lo spettro completo di $\hat{H}$.