

Istituzioni di Fisica Teorica

6 settembre 2023

Svolgere almeno due dei seguenti esercizi. È vietato l'uso di appunti, libri, formulari.

Esercizio 1

Un oscillatore armonico unidimensionale di frequenza ω e massa m si trova al tempo $t = 0$ nello stato

$$|\psi\rangle = |0\rangle + i\sqrt{3}|1\rangle ,$$

dove $|n\rangle$, con $n \in \mathbb{N}$, è il generico autostato del relativo operatore hamiltoniano. Calcolare il valore medio del cubo della posizione al tempo $t \geq 0$.

Esercizio 2

Una particella di spin $1/2$ è soggetta ad un potenziale V dato da

$$V = v \mathbf{1} + \frac{2w}{\hbar} J_x ,$$

dove $v, w \in \mathbb{R}$ con $w > 0$, $\mathbf{1}$ è l'operatore identità e J_x è la proiezione sull'asse x dell'operatore momento angolare. Noto che la particella ha proiezione del momento angolare in direzione z pari a $+\hbar/2$, calcolare la probabilità di trovare la particella nello stato fondamentale. Ignorare il moto orbitale della particella.

Esercizio 3

Una particella di massa m è confinata nel piano xy in cui è soggetta ad un potenziale $V(x, y)$ dato da

$$V(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{se } x^2 + y^2 > R^2 \\ -V_0, & \text{se } x^2 + y^2 < R^2 \end{cases}$$

dove $V_0, R \in \mathbb{R}$ con $V_0 > \hbar^2/(mR^2)$. Ricavare un'approssimazione variazionale per l'energia dello stato fondamentale, utilizzando come funzione di prova

$$\Psi(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2b^2}\right),$$

con b parametro variazionale, verificando che l'energia sia negativa (stato legato). Cosa succede se $V_0 < \hbar^2/(mR^2)$?