Istituzioni di Fisica Teorica

14 Settembre 2020

Risolvere i seguenti esercizi. La corretta risoluzione di almeno due esercizi è condizione necessaria per il superamento della prova. La prova si considera superata a pieni voti se sono risolti correttamente almeno tre esercizi.

1) Un elettrone si trova nello stato descritto dalla seguente funzione d'onda in coordinate sferiche
$$\Psi(r, \theta, \phi) = e^{-\frac{1}{2}\lambda\, r} \sin^2(\theta).$$
Determinare i possibili valori di una misura della componente L_Z del momento angolare e le rispettive probabilità. Calcolare poi la probabilità di trovare l'elettrone nella regione dello spazio limitata da entrambe le relazioni $0 < r < 1/\lambda$ e $0 < \theta < \pi/2$.

2) Un oscillatore armonico unidimensionale si trova al tempo $t = 0$ nello stato
$$|\Psi\rangle = |1\rangle + i\,|2\rangle$$
dove $|n\rangle$ è il generico autostato dell'Hamiltoniano con autovalore E_n ed $n = 0, 1, 2 \ldots$. Calcolare al tempo $t > 0$ il valore medio dell'impulso.

3) Ricavare le relazioni di indeterminazione tra la componente del momento angolare L_X e la componente dell'impulso p_Y in un sistema in cui $\langle p_Z \rangle = Q < 0$.

4) Un elettrone si trova nello stato descritto dalla seguente funzione d'onda
$$\Psi(\vec{r}) = \phi_{n,\ell,m}(\vec{r}) \exp\left(\frac{iqx}{\hbar}\right)$$
dove $\phi_{n,\ell,m}(\vec{r})$ è l'autofunzione dell'Hamiltoniano di un atomo di idrogeno, con la consueta notazione per i numeri quantici n, ℓ, m. Calcolare il valore medio degli operatori x (componente X della posizione), p_X (componente X dell'impulso) e L_Z (componente Z del momento angolare).

5) Un oscillatore armonico unidimensionale è soggetto alla perturbazione
$$V = \lambda\,(x\,p + p\,x).$$
Calcolare perturbativamente, all'ordine più basso per cui non sia nulla, la correzione all'energia del generico autostato $|n\rangle$. Analizzare i limiti di applicabilità della teoria perturbativa.