

# Istituzioni di Fisica Teorica

28 febbraio 2024

**Svolgere almeno due dei seguenti esercizi. È vietato l'uso di appunti, libri, formulari.**

## Esercizio 1

Un atomo di Trizio ( ${}^3_1H$ ) decade in uno ione di elio ( ${}^3_2He^+$ ), modificando quasi istantaneamente la carica del nucleo da  $Z = 1$  a  $Z = 2$ . Sapendo che l'elettrone dell'atomo si trovava nello stato fondamentale, determinare la probabilità che lo ione  $He^+$  sia rivelato nel primo stato eccitato. Si ricorda che le prime funzioni radiali di un atomo idrogenoide sono:  $R_{n,\ell}(r) = f_{n,\ell}(Zr/a_0)$ , con

$$f_{1,0}(x) = e^{-x}, \quad f_{2,0}(x) = \left(1 - \frac{x}{2}\right) e^{-x/2}, \quad f_{2,1}(x) = x e^{-x/2}.$$

## Esercizio 2

Un fascio di elettroni è polarizzato con componente dello spin  $S_z = +\hbar/2$ . Sugli elettroni è condotta una misura dell'osservabile

$$A = \vec{S} \cdot \vec{u} \quad \text{con} \quad \vec{u} = (\cos \theta, 0, \sin \theta),$$

con  $\theta$  parametro angolare fissato e  $\vec{S}$  operatore di spin. Determinare i possibili valori della misura e le rispettive frequenze con cui si osservano.

## Esercizio 3

La dinamica di una particella unidimensionale è descritta dall'hamiltoniano  $\hat{H}$ , dipendente dal tempo,

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m [\Omega(t)]^2 \hat{x}^2$$

dove

$$\Omega(t) = \omega \sqrt{1 + e^{-|t|/\tau}},$$

con  $\omega$  e  $\tau$  parametri reali positivi. Sapendo che per  $t \rightarrow -\infty$  la particella si trovava nello stato fondamentale, determinare la probabilità di osservare la particella nel primo e nel secondo stato eccitato per  $t \rightarrow +\infty$ , utilizzando la teoria perturbativa dipendente dal tempo. Stabilire poi se il risultato perturbativo è attendibile in questo problema. Si suggerisce di spezzare opportunamente il potenziale nella somma di una parte costante ed una dipendente dal tempo.