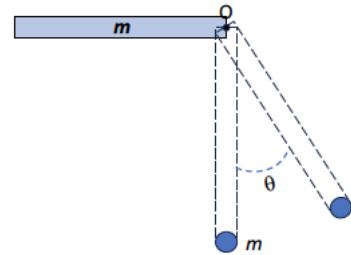


**Dottorato di Ricerca in Fisica dell'Università degli Studi di Catania**  
**Prova scritta del concorso di ammissione al Ciclo XXXIX**

Nota per gli studenti: lasciare indicati tutti i passaggi effettuati per la risoluzione degli esercizi.

**PROBLEMA 1**

Una barretta, di lunghezza  $l$  e massa  $m$ , può ruotare attorno ad un asse orizzontale passante per un suo estremo come in figura. Essa viene portata in posizione orizzontale e lasciata andare da ferma. Quando passa per la posizione verticale, il suo estremo libero urta, in modo completamente anelastico, una massa puntiforme  $m$  inizialmente ferma. Trascurando gli attriti del perno, calcolare l'ampiezza angolare massima  $\theta$  raggiunta dal sistema "barretta-massa puntiforme" dopo l'urto. (Momento d'inerzia della barretta rispetto al polo  $O$   $I_0 = \frac{1}{3} ml^2$ )



**PROBLEMA 2**

Una sorgente di luce emette luce monocromatica con una lunghezza d'onda di 500 nm nell'aria. La luce incide su una lastra di vetro di spessore 2 cm con un indice di rifrazione di 1.5.

Calcola:

- La velocità della luce nel vetro.
  - L'angolo di rifrazione quando la luce passa dal vuoto al vetro.
  - L'angolo di incidenza critico per il vetro rispetto all'aria.
- (Velocità della luce nel vuoto (c):  $3 \times 10^8$  m/s)

**PROBLEMA 3**

Una sorgente radioattiva dimezza la sua attività dopo un periodo di 100 anni. Calcolare il tempo di vita medio caratteristico del decadimento.

**PROBLEMA 4**

Un oscillatore armonico unidimensionale si trova al tempo  $t = 0$  nello stato

$$|\psi\rangle = |0\rangle + i|1\rangle$$

essendo  $\{|n\rangle\}$  un set ortonormale degli autostati dello Hamiltoniano. Calcolare al tempo  $t > 0$  i valori medi  $\langle \hat{x} \rangle$  e  $\langle \hat{p} \rangle$  di posizione e impulso. Utilizzando il risultato ottenuto, verificare poi esplicitamente che le due espressioni della velocità media

$$\langle \dot{x} \rangle = \frac{d\langle \hat{x} \rangle}{dt} \quad \text{e} \quad \langle \dot{x} \rangle = \frac{\langle \hat{p} \rangle}{m}$$

coincidono.

**PROBLEMA 5**

Un fotone di luce verde ha un'energia di 2,48 eV.

Calcola:

- La frequenza del fotone.
- La lunghezza d'onda del fotone.
- La quantità di moto del fotone.

Costante di Planck ( $h$ ) =  $4,14 \times 10^{-15}$  eV·s Velocità della luce nel vuoto (c) =  $3 \times 10^8$  m/s

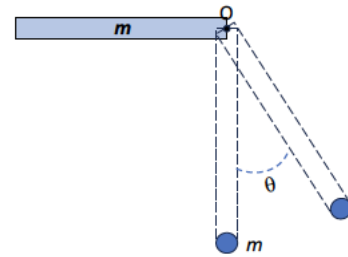
## Dottorato di Ricerca in Fisica dell'Università degli Studi di Catania

### Prova scritta del concorso di ammissione al Ciclo XXXIX

Note for the students: leave indicated all the steps followed for the solution of the exercises.

#### PROBLEM 1

A rod, of length  $l$  and mass  $m$ , can rotate around a horizontal axis passing through one of its ends as in the figure. It is brought to a horizontal position and released from rest. When it passes through the vertical position, its free end collides, in a completely inelastic way, with an initially stationary point mass  $m$ . Neglecting the friction of the pin, calculate the maximum angular amplitude reached by the "rod-point mass" system after the collision. (Moment of inertia of the rod with respect to the pole  $O$ ,  $I_0 = \frac{1}{3} ml^2$ )



#### PROBLEM 2

A light source emits in air monochromatic radiation with a wavelength of 500 nm. The light impacts on a glass plate thick 2 cm and having a refraction index of 1.5.

Please, let calculate:

- The light velocity in the glass
- The refraction angles in the case in which the light move from the vacuum to the glass.
- The "critical" incidence angle for the glass as respect the air.

(Light velocity in vacuum (c):  $3 \times 10^8$  m/s)

#### PROBLEM 3

A radioactive source halves its activity after a period of 100 years. Calculate the average characteristic decay lifetime.

#### PROBLEM 4

A one-dimensional harmonic oscillator is prepared at  $t = 0$  in the state

$$|\psi\rangle = |0\rangle + i|1\rangle$$

where  $\{|n\rangle\}$  is an orthonormal set of eigenstates of the Hamiltonian. Evaluate the average values of the position  $\langle \hat{x} \rangle$  and of the momentum  $\langle \hat{p} \rangle$  at time  $t$ . Check then if the two formulas for the average velocity

$$\langle \dot{x} \rangle = \frac{d\langle \hat{x} \rangle}{dt} \quad \text{and} \quad \langle \dot{x} \rangle = \frac{\langle \hat{p} \rangle}{m}$$

coincide.

#### PROBLEM 5

A photon has an energy of 2,48 eV. Please, let calculate:

- The photon frequency
- The photon wavelength
- The photon momentum

Planck constant ( $h$ ):  $= 4,14 \times 10^{-15}$  eV·s. Light velocity in vacuum (c):  $3 \times 10^8$  m/s